

CÁLCULO EN MADERA 1

A. CONSIDERACIONES PRELIMINARES

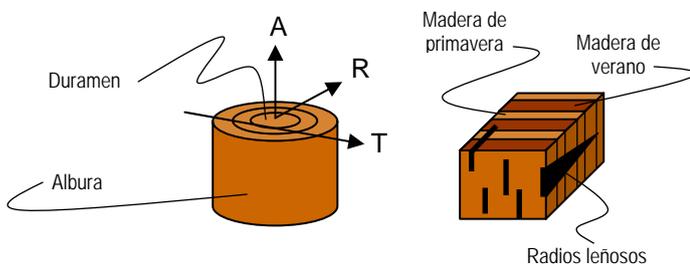
A.1. Variedad

Estimadas unas 16.000 especies en el mundo.

COMERCIALES	Coníferas	Fronzosas
Mundo	500	1.500
España	50	100

A.2. Heterogeneidad

- Dirección Axial.
- Dirección Radial.
- Dirección Tangencial.



A.3. Anisotropía

- Haz de tubos concéntricos.
- Cada propiedad exige definir su dirección:
 - Paralela a la fibra (0)
 - Perpendicular (90)

A.4. Influencia de factores propios

- Contenido de humedad.
- Duración de la carga.
- Tamaño de la pieza.
- Calidad de la madera.
- Carga compartida.

B. PROPIEDADES COMPARADAS

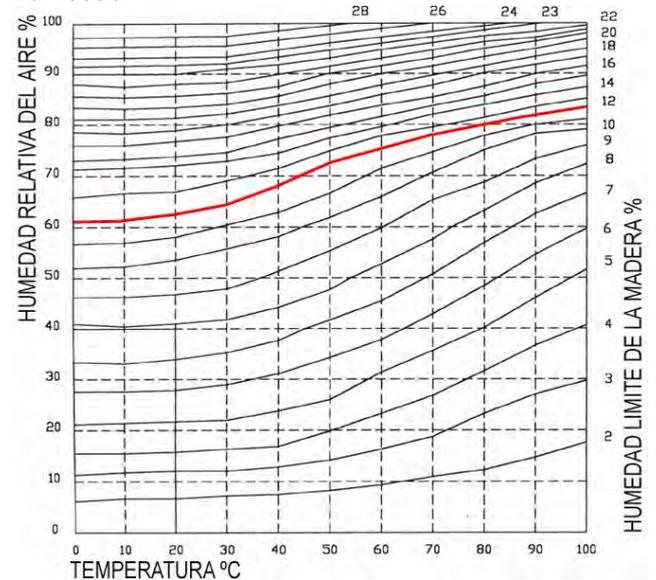
		Conife- ra	Frondo- sa			
Resistentes		Pino	Roble	Fábricas	Hormigón	Acero
Flexión		18	40			
Compresión	para.	18	26	6	25	275
	perp.	5	9			
Tracción	para.	11	25	-	2,5	275
	perp.	0,3	0,6			
Cortante		2	4	0,5	2,5	
Rigidez						
	E Para. medio	10.000	11.500	25.000	30.000	210.000
Densidad		400	700	1.800	2.500	7.850

Este cuadro está confeccionado con dimensiones homogéneas, para facilitar la comparación entre los diferentes valores expresados.

C. FACTORES QUE INFLUYEN

C.1. Contenido de humedad

La resistencia y el módulo de elasticidad de la madera disminuyen cuando aumenta el contenido de humedad.



El contenido de humedad de equilibrio higroscópico de la madera se establece en el **12%**.

Las condiciones ambientales de la estructura se clasifican según las siguientes clases **de servicio**:

Clase de servicio	Condiciones
CS 1	Cubierto y cerrado. 20 ± 2°C y > 65% de humedad no frecuente.
CS 2	Cubierto y abierto (i. piscinas cubiertas). 20 ± 2°C y > 85% de humedad excepcionalmente.
CS 3	Abierto a la intemperie. Humedades superiores a la clase CS 2.

C.2. Duración de la carga

La resistencia a las cargas de duración permanente es del orden del 60% de las de duración corta.

El efecto es más importante en las maderas de calidad alta (Teoría del material visco-elástico fisurado; Nielsen 1992).

Esta propiedad proporciona gran eficiencia frente al viento o al sismo y no equivale a la fatiga por ciclos repetidos de carga, frente a los que la madera se comporta igualmente bien.

En ausencia de factores de degradación la **edad** de la estructura no influye en la resistencia.

Se establecen unas **clases de duración** en correspondencia con las acciones actuantes.

Clase de duración	Duración	Ejemplos
Permanente	> 10 años	Peso propio, tabiquería
Larga duración	6 meses – 10 años	Nieve (s. casos)
Media duración	1 semana – 6 meses	Sobrecarga uso
Corta duración	< 1 semana	Nieve, viento
Instantánea		Sismo

C.3. Calidad de la madera

Es el factor de mayor relevancia en la resistencia.

- **Nudos***. El defecto de mayor importancia. Originado por el crecimiento de las ramas del árbol. Si son pequeños y espaciados pueden despreciarse.
- **Desviación de la fibra***. Pendiente de la dirección de la fibra respecto al eje de la pieza. Se manifiesta en el aserrado.
- **Fendas**. Agrietamientos longitudinales que cortan los anillos de crecimiento. Generados fundamentalmente por el secado.
- **Acebolladuras**. Separación de los anillos de crecimiento; producen agrietamientos longitudinales.
- **Gemas**. Falta de madera en las aristas.

La calidad de la madera se clasifica por inspección visual, de acuerdo a la normativa en vigor:

País	Norma	Calidades
España	UNE 56.544	ME-1; ME-2
Alemania	DIN 4074	S13; S10; S7
Nórdicos	INSTA 142	T3; T2; T1; T0

La norma española se refiere a la madera de coníferas y establece sólo dos calidades, con las siguientes equivalencias:

UNE 56.544		ME-2	ME-1
Clase resistente	Pino radiata, pinaster	C-18	C-24
	Pino silvestre		C-27
	Pino laricio		C-30

Requiere escasa infraestructura aunque depende de la objetividad y pericia del operario que la realiza.

No se ajusta bien a las calidades y escuadrías frecuentes en el patrimonio construido.

UNE 56.544 CRITERIOS DE CALIDAD	ME-1	ME-2
DIÁMETRO DE LOS NUDOS SOBRE LA CARA^{1,2}	$d \leq 1/5$ de "h"	$d \leq 1/2$ de "h"
DIÁMETRO DE LOS NUDOS SOBRE EL CANTO	$d < 1/2$ de "b" y $d < 30$ mm	$d < 2/3$ de "b"
FENDAS		
De contracción ³	$\leq 2/5$ de "b"	$\leq 3/5$ de "b"
De heladura / acebolladura / rayo	No admitidas	
BOLSAS DE RESINA Y ENTRECASCO⁴	Se admiten si su longitud es menor que 80 mm	
MADERA DE COMPRESIÓN	Admitida en 1/5 de la sección o de la superficie externa de la pieza	Admitida en 2/5 de la sección o de la superficie externa de la pieza
DESVIACIÓN DE LA FIBRA	1:10	1:6
GEMAS		
Longitud	$\leq 1/4$ de L	$\leq 1/3$ de L
Anchura y espesor	$G \leq 1/4$	$G \leq 1/3$
ALTERACIONES BIOLÓGICAS		
Muérdago (V. Album)	No se admite	
Azulado	Se admite	
Pudrición	No se admite	
Galerías de insectos xilófagos	No se admite	
DIMENSIONES Y TOLERANCIAS	Según UNE-EN 336	
DEFORMACIONES MÁXIMAS⁵		
Curvatura de cara	10 mm / 2 m	20 mm / 2 m
Curvatura de canto	8 mm / 2 m	12 mm / 2 m
Alabeo	1 mm / 25 mm de "h"	2 mm / 25 mm de "h"
Atejado o abarquillado	1/25 de "h"	1/25 de "h"
LA MADERA DEBERÁ IR MARCADA CON LA DENOMINACIÓN "DRY GRADED"		

* Investigaciones recientes (Esteban 2003) parecen atestiguar que los dos criterios con mayor relevancia en la clasificación visual de madera de escuadrías medias y grandes son el de nudos y el de desviación de la fibra, encontrándose correlaciones aceptables entre la clasificación detallada y la realizada atendiendo sólo a dichos factores.

¹ En este contexto debe entenderse como anchura de la cara (h) la mayor dimensión perpendicular al eje de la pieza y como espesor o grosor (b) la distancia entre dos caras.

² Para secciones cuya relación $h/b \leq 1,5$, las cuatro superficies serán consideradas como caras.

³ Referidas a un 20% de humedad. Las fendas de contracción sólo se consideran si su longitud es mayor que la menor de $1/4$ la longitud de la pieza y 1 m.

⁴ Defecto de la madera que consiste en tener en su interior un trozo de corteza.

⁵ Referidas a un 20% de humedad. Pueden admitirse deformaciones mayores siempre que no afecten a la estabilidad de la construcción (porque puedan corregirse en fase de montaje) y exista acuerdo expreso al respecto entre el suministrador y el cliente.



CÁLCULO EN MADERA 2: E.L. ÚLTIMOS

A. PROPIEDADES DEL MATERIAL

A.1. Madera aserrada. Clases resistentes UNE-EN 338

		Especies coníferas y chopo									Especies frondosas					
		C14	C16	C18	C22	C24	C27	C30	C35	C40	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Propiedades resistentes (N/mm ²)																
Flexión	f _{m,k}	14	16	18	22	24	27	30	35	40	30	35	40	50	60	70
Tracción paralela	f _{t,0,k}	8	10	11	13	14	16	18	21	24	18	21	24	30	36	42
Tracción perpendicular	f _{t,90,k}	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
Compresión paralela	f _{c,0,k}	16	17	18	20	21	22	23	25	26	23	25	26	29	32	34
Compresión perpendicular	f _{c,90,k}	2,0	2,2	2,2	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	8,0	8,4	8,8	9,7	10,5	13,5
Cortante	f _{v,k}	1,7	1,8	2,0	2,4	2,5	2,8	3,0	3,4	3,8	3,0	3,4	3,8	4,6	5,3	6,0
Propiedades de rigidez (KN/mm ²)																
Mod. Elast. paralelo medio	E _{0,medio}	7	8	9	10	11	11,5	12	13	14	10	10	11	14	17	20
Mod. Elast. paralelo caract.	E _{0,k}	4,7	5,4	6,0	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	8,0	8,7	9,4	11,8	14,3	16,8
Mod. Elast. Perpend. medio	E _{90,medio}	0,23	0,27	0,30	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,64	0,69	0,75	0,93	1,13	1,33
Mod. cortante medio	G	0,44	0,50	0,56	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,60	0,65	0,70	0,88	1,06	1,25
Densidad																
Densidad característica	ρ _k	290	310	320	340	350	370	380	400	420	530	560	590	650	700	900
Densidad media	ρ _{media}	350	370	380	410	420	450	460	480	500	640	670	700	780	840	1080

A.2. Valores de cálculo

Los valores de cálculo se obtienen a partir de los característicos mediante la siguiente fórmula:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M}$$

Donde γ_M tiene los siguientes valores:

Estados límites últimos	γ _M
- Combinaciones fundamentales	1,30 MA 1,25 ML
- Combinaciones accidentales	1,0
Estados límites de servicio	1,0

Y k_{mod} se obtiene de la siguiente tabla:

Clase de duración de la carga	Clase de servicio		
	1	2	3
Permanente Peso propio, tabiquería	0,60		0,50
Larga duración Apeos, andamios	0,70		0,55
Media duración Sobrecarga de uso*	0,80		0,65
Corta duración Nieve**, viento	0,90		0,70
Instantánea Sismo	1,10		0,90

* Algunos textos y normativas la consideran de duración larga.

** La situación geográfica puede conllevar otra duración.

Cuando en una combinación concurren cargas de distinta duración se elige el k_{mod} correspondiente a la de duración más corta.

La resistencia de cálculo aumenta un 10% (k_{cc}=1,1) cuando se trata de sistemas estructurales de carga

compartida⁶.

CTE y EC5 también permiten tener en cuenta el efecto del tamaño de la pieza en la resistencia a flexión y tracción paralela⁴ mediante el factor k_h que vale:

MADERA ASERRADA		MADERA LAMINADA	
h ≥ 150 mm	k _h = 1	h ≥ 600 mm	k _h = 1
h < 150 mm	k _h = $\left(\frac{150}{h}\right)^{0,2} \geq 1,3$	h < 600 mm	k _h = $\left(\frac{600}{h}\right)^{0,2} \geq 1,1$

B. ACCIONES Y COMBINACIONES

B.1. Acciones (NBE-AE/88)

Los valores característicos de las acciones se definen en la normativa nacional de acciones. En el caso de España actualmente está vigente la Norma Básica de Acciones en la Edificación (NBE-AE/88).

Las acciones permanentes corresponden al valor medio del peso. Las variables se determinan con un criterio probabilístico.

B.2. Valores de cálculo

El valor de cálculo de una acción se define con la siguiente expresión:

$$F_d = \gamma_F \cdot F_k$$

Donde γ_F tiene los siguientes valores:

⁶ Piezas iguales y separadas a una misma distancia, que se encuentran transversalmente unidas por otra estructura secundaria que además de arriostrarla distribuye la carga (ej.: forjados, pares y cerchas de cubiertas, etc.)

⁷ En madera laminada y para tracciones perpendiculares, puede tenerse en cuenta el volumen del elemento estructural cuando sea mayor de V₀=0,01m³.

	γ_F
Acciones permanentes	1,35
Acciones variables	1,50

B.3. Combinaciones

La simultaneidad de varias acciones se tiene en cuenta disminuyendo los coeficientes parciales de seguridad especificados.

EC5 permite la siguiente simplificación para las combinaciones fundamentales:

	Permanente	Uso	Nieve	Viento
CC + 1AV	1,35 (1,00)	1,50 (0)	0	0
		0	1,50 (0)	0
		0	0	1,50 (0)
CC + 2AV		1,35 (0)		

() Los valores entre paréntesis corresponden a situaciones en las que el valor de la carga es favorable

Debe tenerse en cuenta que la resistencia adopta su menor valor de cálculo para la carga de mayor duración, por lo que se comprobará si combinaciones con cargas menores pero de duración más larga producen situaciones más desfavorables.

C. COMPROBACIÓN DE SECCIONES

Es habitual el empleo de un **Índice de agotamiento (I)** que relaciona la tensión y la resistencia de cálculo para cada combinación de cargas. Para validar una sección ha de ser inferior a la unidad.

Los esfuerzos han de obtenerse por cualquiera de los procedimientos sancionados por la teoría de estructuras, teniendo en cuenta los efectos de las deformaciones de las uniones.

C.1. Tensiones paralelas a la fibra

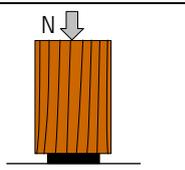
$$I_0 = \frac{N_d}{A_n \cdot f_{0,d}} \leq 1$$

El área neta se obtiene descontando de la sección bruta los taladros, muescas y rebajes; excepto los debidos a clavos de hasta 6 mm de diámetro introducidos sin pretaladro.

En compresión debe comprobarse la estabilidad al pandeo de la pieza (Ficha 4).

Ejemplo 1

Soporte de 300 x 300 mm
 Apoyo sobre placa metálica de 200 x 200 mm
 Carga permanente (i.p.p.)= 125 kN
 Sobrecarga de uso (duración media)= 150 kN
 Clase resistente: C24
 Clase de servicio: 3



Combinación fundamental:

$$N_d = 1,35 \cdot 125 + 1,5 \cdot 150 = 393,75 \text{ kN}$$

$$f_{0,d} = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} = 0,65 \frac{21}{1,3} = 10,5 \text{ kN/mm}^2$$

$$I_0 = \frac{393,75 \cdot 10^3}{200 \cdot 200 \cdot 10,5} = 0,94 < 1 \text{ VALE}$$

Comprobación con sólo carga permanente: $I_0 = 0,52 < 1$

C.2. Flexión

Para flexión simple se comprueba:

$$I_m = \frac{M_d}{W \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

En secciones esbeltas debe comprobarse la posible inestabilidad por vuelco lateral (Ficha 4).

En flexión esviada se comprueba que la suma de los índices de agotamiento respecto a cada eje de la sección no supera la unidad. Dado

que la tensión máxima se localiza en un punto, y no en un borde completo como en la flexión simple, es más improbable la coincidencia de un nudo, por lo que se admite reducir alternativamente el índice de cada eje en un 30%:

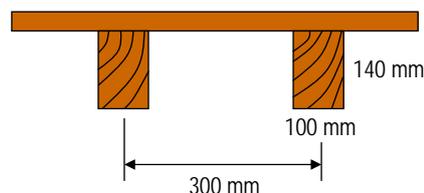
$$I_{m,y} + k_m \cdot I_{m,z} \leq 1$$

$$k_m \cdot I_{m,y} + I_{m,z} \leq 1$$

Sección rectangular	$k_m = 0,7$
Otras secciones	$k_m = 1,0$

En flexotracción se añade a las expresiones anteriores el índice correspondiente. En flexocompresión el índice de compresión se suma elevado al cuadrado, lo que reduce su valor al ser menor a la unidad. Ello se explica por el proceso de plastificación que sufren las fibras antes de su agotamiento por compresión.

Ejemplo 2



Viguetas de forjado biapoyadas de 4,5 m de luz.

Carga permanente (i.p.p.)= 1,50 kN/m²

Sobrecarga de uso (duración media)= 2,0 kN/m²

Clase resistente: C18

Clase de servicio: 1

Carga permanente: $1,5 \times 0,3 = 0,45 \text{ kN/ml}$

Sobrecarga de uso: $2,0 \times 0,3 = 0,60 \text{ kN/ml}$

$$M_d = 1,35 \frac{0,45 \cdot 4,5^2}{8} + 1,5 \frac{0,60 \cdot 4,5^2}{8} = 3,82 \text{ m.kN}$$

$$W = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{10 \cdot 14^2}{6} = 326,67 \text{ cm}^3$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} \cdot k_h \cdot k_{cc} = 0,8 \frac{18}{1,3} \left(\frac{150}{140} \right)^{0,2} \cdot 1,1 = 12,35 \text{ N/mm}^2$$

$$I_m = \frac{3,82 \cdot 10^3}{326,67 \cdot 12,35} = 0,95 < 1 \text{ VALE}$$

C.3. Cortante

Con las dimensiones que habitualmente se requieren para cumplir los estados límites de resistencia a flexión y de servicio, el cortante no suele presentar problemas salvo en algunas piezas de sección variable, vigas cortas con cargas importantes o barras con entalladuras en sus apoyos.

El fallo por cortante en piezas de madera se produce por deslizamiento de las fibras centrales de zonas próximas a los apoyos, dando lugar a un plano de rotura más o menos horizontal, alineado con las fibras.

La ley de tensiones tangenciales puede determinarse mediante cualquier procedimiento sancionado por la teoría de estructuras.

En secciones rectangulares la expresión del índice es la siguiente:

$$I_v = \frac{1,5 \cdot Q_d}{b \cdot h \cdot f_{v,d}} \leq 1$$

Ejemplo 3

Caso del forjado propuesto en el ejemplo 2

$$Q_d = 1,35 \frac{0,45 \cdot 4,5}{2} + 1,5 \frac{0,60 \cdot 4,5}{2} = 3,39 \text{ kN}$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} \cdot k_{cc} = 0,8 \frac{2}{1,3} \cdot 1,1 = 1,35 \text{ N/mm}^2$$

$$I_v = \frac{1,5 \cdot 3,39 \cdot 10^3}{100 \cdot 140 \cdot 1,35} = 0,27 < 1 \text{ VALE}$$

CÁLCULO EN MADERA 3: E.L. SERVICIO

A. CÁLCULO DE LA DEFORMACIÓN

A.1. Deformación instantánea

Para el cálculo de la flecha inicial δ_i pueden emplearse las fórmulas habituales de la teoría de estructuras. En el reverso se incluyen algunos casos habituales para piezas de sección constante.

En vigas de canto variable la influencia de la deformación por cortante puede no ser despreciable, debiendo acudir a las publicaciones especializadas.

A.2. Deformación diferida

El comportamiento reológico de la madera exige tener en cuenta un incremento de la deformación frente a cargas de larga duración. Su análisis es complejo, influyendo factores como la historia de las cargas, las tensiones máximas alcanzadas, tamaño de la sección, humedad, etc.

Para simplificar se utiliza un único factor de fluencia k_{def} que incrementa la deformación inicial en función de la clase de servicio y de duración de la carga.

A.3. Factor de fluencia

La deformación total tiene la siguiente expresión:

$$\delta_t = \delta_i (1 + k_{def})$$

Donde δ_i es la flecha instantánea y el factor tiene los siguientes valores:

Clase de duración de la carga	Clase de servicio		
	CS1	CS2	CS3
Permanente	0,60	0,80	2,00
	k_{def}		

A.4. Otros factores

Los **medios de unión** utilizados en las estructuras de madera permiten incrementos en los valores finales de la deformación. CTE establece un **módulo de deslizamiento instantáneo** K_{ser} que tiene en cuenta dicho factor.

Variaciones desiguales en el contenido de humedad de las distintas partes de las piezas pueden originar deformaciones adicionales. En los modelos isostáticos habituales en madera pueden despreciarse los esfuerzos internos, no así las deformaciones.

B. LIMITACIÓN DE LA DEFORMACIÓN

B.1. Integridad de los elementos constructivos

Cuando se considere la **integridad** de los elementos constructivos que conviven con los estructurales, la flecha relativa, considerando sólo las deformaciones que se producen después de la puesta en obra del elemento⁸, debe ser menor que:

⁸ En edificios esta definición de CTE es ambigua, porque no está claro cual es el momento en que finaliza la puesta en obra de un elemento que forma parte de un sistema constructivo complejo. En todo caso, parece que debe incluirse la deformación instantánea de la carga variable y, al menos, lo diferido de la permanente. Es después de la obra.

$$\delta_{net,fin} \leq L/300 \text{ (L/150 en voladizos)}$$

en el caso de pisos con tabiques ordinarios la restricción es de L/400, y si los tabiques son especialmente frágiles (caso de los de gran formato, rasillones o placas, o pavimentos rígidos sin juntas) debe subirse a L/500.

Si los elementos dañables (por ejemplo tabiques, pavimentos) pueden reaccionar de manera sensible frente a las deformaciones (flechas o desplazamientos horizontales) de la estructura portante, además de la limitación de las deformaciones se adoptarán medidas constructivas apropiadas para evitar daños. Estas medidas resultan particularmente indicadas si dichos elementos tienen un comportamiento frágil.

B.2. Confort de los usuarios

En forjados ligeros, por **confort** de los usuarios, resulta conveniente, considerando solamente las acciones de corta duración⁹, incrementar la limitación a L/350 para evitar sensación de oscilación al transitar sobre ellos.

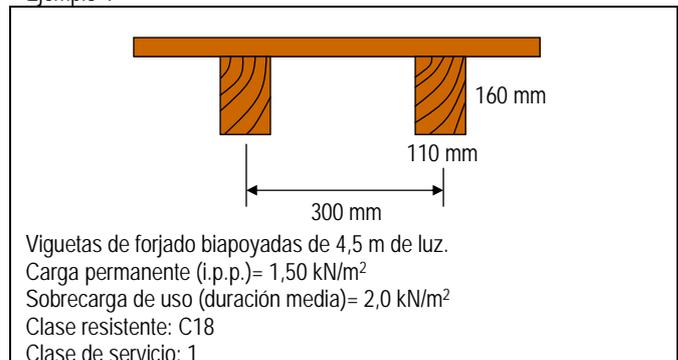
B.3. Funcionalidad y aspecto visual

Cuando se considere la apariencia de la obra, si, para cualquiera de sus piezas, ante cualquier combinación de acciones casi permanente¹⁰, la flecha relativa debe ser menor que:

$$\delta_{net,fin} \leq L/300$$

CTE utiliza este criterio para cumplir los requisitos de funcionalidad y aspecto visual, en estructuras que no precisen la condición de integridad referida anteriormente (cubiertas).

Ejemplo 4



Carga permanente: $1,5 \times 0,3 = 0,45 \text{ kN/ml}$

Sobrecarga de uso: $2,0 \times 0,3 = 0,60 \text{ kN/ml}$

$$u = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot q \cdot 450^4 \cdot 12}{384 \cdot 90.000 \cdot 11 \cdot 16^3} = 1,580 \text{ q}$$

B.1. **Integridad:** f. inst.+fluen. = 1,37 cm $\rightarrow L/327 < L/300$

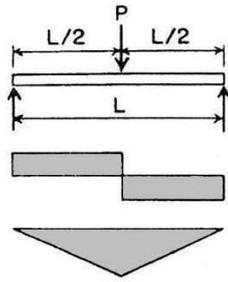
B.2. **Confort:** variable instantánea $\delta_i = 0,95 \text{ cm} \rightarrow L/475 < L/350$

B.3. **Apariencia:** comb. cuasi permnt. = 1,59 cm $\rightarrow L/283 > L/300$

La tercera condición no cumple la limitación admisible, por lo que la sección **NO VALE**

⁹ Aunque esta es la restricción literal de CTE, la sobrecarga de uso, que es de duración media, debería entrar en juego. Por ello, una posible lectura de lo prescrito es considerar que se refiere a la deformación instantánea de la carga variable. Sin su fluencia, como antes hacia EC5.

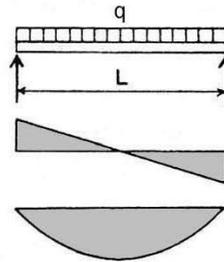
¹⁰ Sería de aplicación la fórmula 4.8 (DB-SE apdo. 4.3.2.4) con las acciones permanentes en valor característico más las variables afectadas por el coeficiente Ψ_2 . Lo cual que en cubiertas no transitables ($\Psi_2=0$) sólo entrarían en juego las primeras.



$$\Delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

$$V = \frac{P}{2}$$

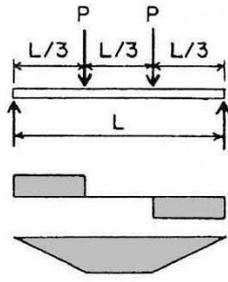
$$M = \frac{PL}{4}$$



$$\Delta = \frac{5qL^4}{384EI}$$

$$V = \frac{qL}{2}$$

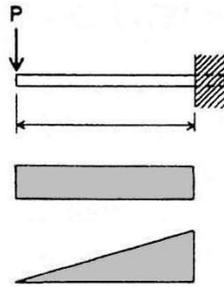
$$M = \frac{qL^2}{8}$$



$$\Delta = \frac{23PL^3}{648EI}$$

$$V = P$$

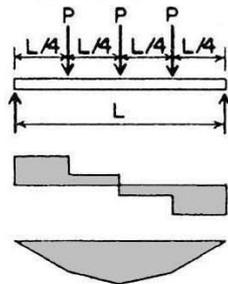
$$M = \frac{PL}{3}$$



$$\Delta = \frac{PL^3}{3EI}$$

$$V = P$$

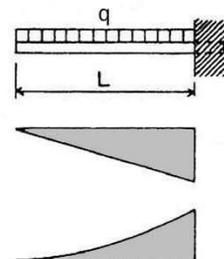
$$M = PL$$



$$\Delta = \frac{19PL^3}{384EI}$$

$$V = \frac{3P}{2}$$

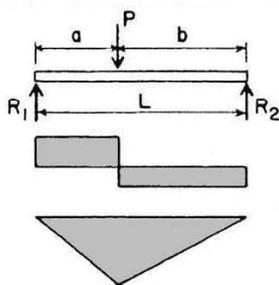
$$M = \frac{PL}{2}$$



$$\Delta = \frac{qL^4}{8EI}$$

$$V = qL$$

$$M = \frac{qL^2}{2}$$

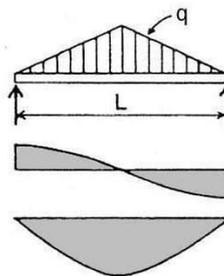


$$\Delta = \frac{Pb(L^2 - b^2)^{3/2}}{9\sqrt{3}EI}$$

$$V = \frac{Pb}{L}$$

$$V = \frac{Pa}{L}$$

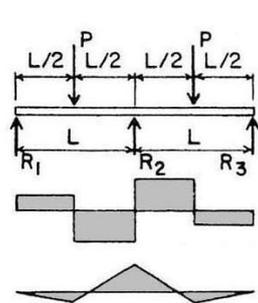
$$M = \frac{Pab}{L}$$



$$\Delta = \frac{qL^4}{120EI}$$

$$V = \frac{qL}{4}$$

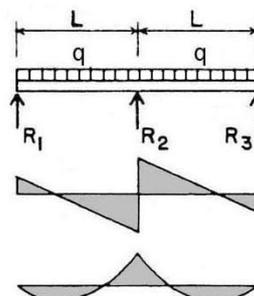
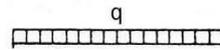
$$M = \frac{qL^2}{12}$$



$$\Delta = \frac{PL^3}{48\sqrt{5}EI}$$

$$\text{Max. } V = \frac{11}{16}P$$

$$\text{Max. } M = \frac{3}{16}PL$$



$$\Delta = \frac{qL^4}{185EI}$$

$$\text{Max. } V = \frac{5}{8}qL$$

$$\text{Max. } M = \frac{qL^2}{8}$$

CÁLCULO EN MADERA 4: INESTABILIDAD

A. PANDEO EN COLUMNAS

A.1. Principio básicos

El pandeo de una pieza comprimida es un fenómeno de inestabilidad por el que dicha pieza puede sufrir un fallo ante cargas que provocan tensiones de compresión muy inferiores a la resistencia del material de que están hechas. En madera debe añadirse la imposibilidad de fabricar piezas perfectamente rectas, el comportamiento no lineal en todas las fases, la anisotropía del material, etc.

De forma simplificada, se admite el utilizar la misma resistencia del material, penalizada por un factor k_c , que reduce su valor en función de la esbeltez y la calidad de la madera.

A.2. Coeficiente de minoración k_c

Los valores de k_c tienen la siguiente expresión:

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}}$$

donde k vale:

$k = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel} - 0,5) + \lambda_{rel}^2 \right]$	$\beta_c =$	0,2 madera aserrada
		0,1 madera laminada
		excentricidad $\leq L/300$
		excentricidad $\leq L/500$

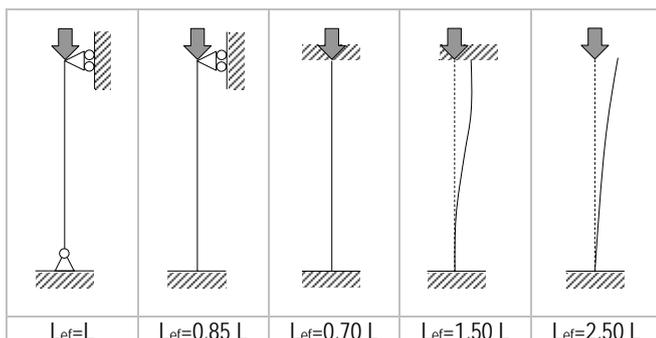
y es función de la *esbeltez relativa* λ_{rel} definida así:

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}}$$

donde: λ es la *esbeltez mecánica* de la pieza ($\lambda=L/i$) y del *módulo de elasticidad característico* $E_{0,k}$ y de la resistencia característica a compresión paralela de la madera.

A.3. Longitud eficaz de pandeo

En estructuras de madera las uniones reales no son idealmente rígidas, por lo que las condiciones de contorno pueden ser generalmente asimilables a las del doble apoyo. No obstante, en el caso en que esta simplificación no sea posible en el punto anterior debe obtenerse la esbeltez mecánica no con la longitud real sino con la *longitud eficaz de pandeo*:



A.4. Comprobación

La comprobación de la inestabilidad de columnas ha de hacerse para los dos planos principales de inercia y tiene la expresión general siguiente:

$$\frac{l_{c,0}}{k_{c,z}} + l_{m,z} + k_m \cdot l_{m,y} \leq 1$$

$$\frac{l_{c,0}}{k_{c,y}} + k_m \cdot l_{m,z} + l_{m,y} \leq 1$$

$k_m=0,7$ en secciones rectangulares y 1 en otras.

Teniendo en cuenta que lo habitual en soportes de fachada es que la acción de viento actúe sólo en el plano z , las comprobaciones anteriores se reducen a:

$$\frac{l_{c,0}}{k_{c,z}} + k_m \cdot l_{m,y} \leq 1 \qquad \frac{l_{c,0}}{k_{c,y}} + l_{m,y} \leq 1$$

Y en el caso de compresión simple:

$$\frac{l_{c,0}}{k_{c,z}} \leq 1 \qquad \frac{l_{c,0}}{k_{c,y}} \leq 1$$

Ejemplo

Pilar de 6 m de altura y 15x25 cm de sección.
 Carga permanente (i.p.p.)= 20 kN
 Sobrecarga de nieve (duración corta)= 60 kN
 Viento (duración corta)=2 kN/m
 Clase resistente: C24 (madera aserrada)
 Clase de servicio: 2

Nota: en el plano de fachada la longitud libre del pilar queda reducida a la mitad por un sistema de arriostramiento.

	Eje y	Eje z
Mom. Inercia	$I = 19.531$	$I = 7.031$
Mód. Resistente	$W = 1.562,50$	$W = 937,50$
Radio de giro	$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = 7,22$	$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = 4,33$
Esbeltez mecánica	$\lambda = \frac{L}{i} = 83,14$	$69,28$
Esbeltez relativa	$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,k}}} = 1,41$	$1,17$
$k = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{rel} - 0,5) + \lambda_{rel}^2 \right]$	$1,58$	$1,26$
$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}}$	$0,43$	$0,59$

$$f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} \cdot k_n \cdot k_{cc} = 16,62 \text{ N/mm}^2$$

$$M_d = \gamma \cdot \frac{C_k \cdot L^2}{8} = 12,15 \text{ m.kN}$$

$$l_{m,y} = \frac{M_d}{W \cdot f_{m,d}} = 0,47$$

COMPROBACIÓN FLEXO-COMPRESIÓN:

$$\frac{l_{c,0}}{k_{c,z}} + k_m \cdot l_{m,y} = \mathbf{0,69} \quad \text{OK}$$

$$\frac{l_{c,0}}{k_{c,y}} + l_{m,y} = \mathbf{0,96} \quad \text{OK}$$

B. VUELCO LATERAL EN VIGAS

B.1. Principio básicos

Una viga de sección rectangular con apoyos simples en sus extremos y sometida a una carga uniformemente repartida en su longitud flexa con un momento máximo en la sección central. En ella se moviliza una ley de tensiones bitriangular, de compresión en la parte superior. Si su valor aumenta por encima de un umbral crítico puede producirse un desplazamiento y giro lateral, con pérdida de la estabilidad. Dicha situación sólo es posible, lógicamente, en ausencia de un sistema de arriostamiento puntual (zoquetes) o continuo (entablado).

B.2. Comprobación

Las condiciones de apoyo y solicitaciones determinan la *longitud eficaz de vuelco lateral* según la expresión:

$$L_{ef} = \beta_v \cdot L$$

donde β_v se encuentra en la tabla B.2.

Tabla B.2	β_v
	0,39
	0,59
	0,80
vuelco coaccionado en el punto medio	0,25
	$0,8/\alpha$ $\alpha = 1,35 - \frac{1,4a \cdot b}{L^2}$
	0,90
	0,95
vuelco coaccionado en el punto medio	0,40
	1,20
	1,70

Si la variación del momento flector en el tramo estudiado (p.e. un tramo intermedio entre arriostamientos a vuelco) es pequeña, puede elegirse $\beta_v=1,0$

Con ella se obtiene el *coeficiente de esbeltez geométrica de vuelco lateral*, que depende exclusivamente de la geometría de la pieza y vale:

$$C_e = \sqrt{\frac{L_{ef} \cdot h}{b^2}}$$

Para comprobar la estabilidad se obtiene la *esbeltez relativa en flexión*:

$$\lambda_{rel,m} = 1,15 \cdot C_e \sqrt{\frac{f_{m,k}}{E_{0,k}}}$$

y a partir de ella un factor k_{crit} , menor que la unidad, que penaliza la resistencia de cálculo en función de $\lambda_{rel,m}$ según los valores de la siguiente tabla:

$0,75 > \lambda_{rel,m}$	$k_{crit}=1$
$0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4$	$k_{crit} = 1,56 - 0,75\lambda_{rel,m}$
$\lambda_{rel,m} > 1,4$	$k_{crit} = 1/\lambda_{rel,m}^2$

Finalmente, la condición de validez sería:

$$l_m = \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

Nota: Todo ello es válido si la desviación de rectitud máxima de las piezas, medida en el centro del vano, no excede de $L/300$ y $L/500$ para madera aserrada y laminada respectivamente.

Ejemplo

Comprobar la seguridad al vuelco lateral de una viga de madera aserrada de 15x35 cm de sección y 8 m de luz, arriostrada en su punto medio. Carga permanente (i.p.p.)= 2,0 kN/m Sobrecarga de uso (duración media)= 2,5 kN/m Clase resistente: C30 Clase de servicio: 2

$$f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} \cdot k_h \cdot k_{cc} = 16,62$$

$$L_{ef} = \beta_v \cdot L = 475$$

$$C_e = \sqrt{\frac{L_{ef} \cdot h}{b^2}} = 12,42$$

$$\lambda_{rel,m} = 1,15 \cdot C_e \sqrt{\frac{f_{m,k}}{E_{0,k}}} = 0,72$$

$$k_{crit} = 1,00$$

$$M_{op} = 234,38 \text{ m.kN}$$

$$M_{ov} = 312,50 \text{ m.kN}$$

$$M_d = 785,16 \text{ m.kN}$$

$$\sigma_{m,d} = \frac{M_d}{W} = 13,94$$

$$l_m = \frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,d}} = 0,84 \text{ VALE}$$

CÁLCULO EN MADERA 5: SITUACIÓN DE INCENDIO, PATOLOGÍAS Y PROTECCIÓN

A. CÁLCULO EN SITUACIÓN DE INCENDIO

A.1. Método de la sección reducida (simplificado)

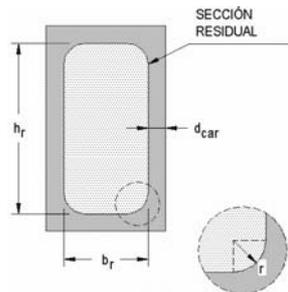
Se estima la profundidad carbonizada:

$$d_{car} = \beta \cdot t$$

donde:

	β mm/min.	β_0^* mm/min.
Coníferas	0,67	0,8
Fronosas	0,54	0,5 – 0,7

* Considera el redondeo en las esquinas.



Con el valor obtenido calculamos la profundidad de carbonización eficaz:

$$d_{ef} = d_{car} + k_0 \cdot d_0$$

donde k_0 es un coeficiente que corrige el valor de la profundidad adicional para los instantes iniciales del incendio, ya que la pérdida de resistencia se estabiliza a los 20 min. Vale:

	k_0
$t < 20$ min	$t/20$
$t \geq 20$ min	1

Y $d_0=7$ mm, representa una profundidad adicional para compensar pérdida de resistencia en la zona perimetral, por aumento de su temperatura (pirolisis).

A.2. Comprobación

Para la comprobación EC5 admite elevar la resistencia de la madera mediante:

- $\gamma_M = 1$
- $k_{mod} = 1$
- $X_{f,d} = 1,25 \cdot X_k$ (El valor de cálculo se incrementa un 25% alcanzando el percentil 20).

Tratándose de una situación accidental, incompatible con el estado de cargas normalmente previsible, sus valores característicos se infraponderan según la tabla:

Permanente	Uso	Nieve	Viento
1,00 (0,90)	0,70 (0)	0,00 (0)	0,00 (0)
	0,60 (0)	0,20 (0)	0,00 (0)
() corresponden a situaciones en las que el efecto de la carga es favorable			

A.3. Predimensionado

En términos aproximados se deduce de los apartados precedentes que, en situación de incendio, la resistencia de cálculo aumenta al doble y las acciones de cálculo bajan a la mitad, por lo que *para ser apta en flexión, la sección reducida deberá tener un modulo resistente W del orden mitad al inicial.*

B. PATOLOGÍAS

B.1. De origen biótico

- Hongos xilófagos (r. vegetal):
 - Mohos.
 - Hongos cromógenos: i) Azulado; ii) Pasma del Haya.
 - Hongos de pudrición: i) Parda o cúbica; ii) Blanca o fibrosa; iii) Blanda.
- Insectos xilófagos (r. animal):
 - Coleópteros (de ciclo larvario):** i) Anóbidos (carcoma o carcoma fina); ii) Cerambícidos (carcoma grande); iii) Lícidos (polilla del parquet); iv) Curculiónidos (gorgojo); v) Otros.
 - Isópteros (insectos sociales):** termitas.
 - Otros: avispa de la madera.
 - Xilófagos marinos: moluscos y crustáceos.

B.2. De origen abiótico

- Agentes meteorológicos:
 - Agua: i) hinchazón y merma (fendas); ii) favorece ataque de xilófagos.
 - Radiación del sol: i) UVA: degrada la lignina → las fibras pierden cohesión → color grisáceo; ii) IFR: calienta superficie → subida de resinas y aparición de fendas.
 - Variaciones higrótérmicas.
- Daños físicos y mecánicos:
 - Sección insuficiente: i) agotamiento; ii) deformación excesiva.
 - Roturas locales.
 - Uniones.
 - Fendas de secado y alabeos.
 - Roces y desgastes: mecanismos, pavimentos.
 - Intervenciones no afortunadas.
- Fuego: la madera es por su naturaleza un material combustible (M3, salvo esp. reducidos). La combustión se inicia superficialmente, constituyéndose una capa carbonizada con gran aislamiento térmico (x 6). Por cálculo se debe estimar la pérdida de capacidad por disminución de sección, función del tiempo transcurrido y la especie (Apdo. A).

B.3. Clases de riesgo

C	R	Situación	Permanencia en exposición	Hongos	Coleópteros	Termitas	Xilófagos marinos
Sin contacto con el suelo	1	Bajo cubierta (ambiente seco)	Ninguna				
	2	Bajo cubierta (riesgo de humedad)	Ocasional				
	3	Situación expuesta	Frecuente				
	4	En contacto con el suelo o agua dulce	Permanente				
	5	En agua salada					

Las clases de riesgo llevan aparejados tipos de protección específicos (Apdo. C.2).

C. PROTECCIÓN

C.1. Durabilidad natural e impregnabilidad

La duraminización son transformaciones químicas y anatómicas naturales en el interior del tronco que protegen la madera a) Por obturación total o parcial de los tejidos y b) Por sus impregnaciones con valor antiséptico.

La impregnabilidad afecta a la profundidad alcanzable por los tratamientos de protección y depende de la especie.

C.2. Tipo de protección

	C	R	Situación	Tipo de protección	UNE	Riesgo especial*
Sin contacto con el suelo	1		Bajo cubierta (ambiente seco)	Ninguna / Superficial	No - P ₂	Media
	2		Bajo cubierta (riesgo de humedad)	Superficial	P ₂	
	3		Situación expuesta	Media	P ₃ - P ₇	Profunda
	4		En contacto con el suelo o agua dulce	Profunda	P ₈ - P ₉	
	5		En agua salada			

* Obras de intervención en edificios en los que se hayan detectado ataques previos (p.e. rehabilitación).

C.3. Métodos y productos

Alcance		Métodos	Productos				Clase UNE
Superficial	media 3 mm > 1 mm	Pincelado Pulverización Inmersión breve					P ₂
Media	> 3 mm < 75% vol.	Inmersión prolongada Autoclave (pre) Inyección o implantes (post)					P ₃ - P ₇
Profunda	> 75% vol	Autoclave					P ₈ - P ₉
			a) Hidrodispersables	b) Hidrosolubles	c) En disolventes orgánicos	d) Orgánicos naturales	

- Principios activos, no hidrosolubles, emulsionados en agua.
- Soluciones acuosas de sales y óxidos minerales (humedecen la madera; el secado posterior debe ser cuidadoso, pudiendo producir fendas y alabeos; cambian el color)..
- Principios activos disueltos en derivados del petróleo. Incorporan biocidas y fotoprotectores (Mayor penetración; Admiten acabados posteriores; Peligro de inflamabilidad en fresco). Los más usados.
- Destilados de alquitranes de carbonos grasos (hulla) → CREO-SOTAS.

C.4. Retardadores del fuego

- Ignifugos:
 - Superficiales.
 - En masa (en autoclave o por inmersión en caliente).
- Intumescentes (cambian aspecto; poco durables)

- Protectores (albañilería seca):

Estabilidad al fuego	Espesor
EF-30	8 mm
EF-60	12+10 mm
EF-90	20+15 mm

C.5. Medidas constructivas

- Humedad adecuada:
 - Antes de su colocación para evitar fendas.
 - Limitada al 20-22% para dificultar los ataques bióticos.
 - Estable y duradera.
- Favorecer la ventilación.
- Comprobar condensaciones.
- Proteger de la lluvia:
 - Cubiertas y aleros.
 - Carpintería exterior.
- Evitar el contacto:
 - A través del suelo.
 - En los empotramientos.
- Agua accidental:
 - Instalaciones defectuosas.

Referencias:

- UNE EN 56.544:2003. "Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural: madera de coníferas". AENOR.
- Eurocódigo 5. Proyecto de estructuras de madera. Parte 1.1. Reglas generales y reglas para la edificación. Norma experimental UNE ENV 1995-1-1:1999.
- CTE Documento básico SE-M. Seguridad estructural: estructuras de madera. Mº de Fomento. Madrid, octubre de 2003.
- Argüelles Álvarez, R. et al.: "Estructuras de madera. Diseño y cálculo". AITIM, 2000 (2ª ed.)
- Götz, K.H. et al.: "Construire en bois" (Vol. 1 y 2). Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. Laussane, 1998.
- Arriaga Martitegui, F.: "Madera aserrada estructural". AITIM. Madrid, 2003.
- Rodríguez Nevado, M.A.: "Diseño estructural en madera". AITIM. Madrid, 1999.
- Grupo de Investigación en Estructuras y Tecnología de la Madera. Universidad de Valladolid. <http://www.uva.es/maderas>